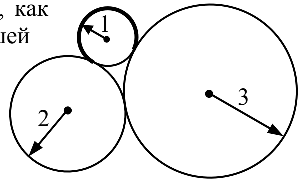
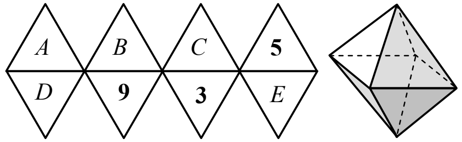
24. Три окружности радиусами 1, 2 и 3 касаются друг друга так, как показано на рисунке. Найдите длину отмеченной дуги меньшей окружности, заключенной между точками ее касания с другими окружностями.



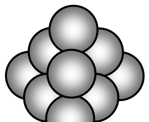
А) $\frac{5\pi}{4}$; **Б)** $\frac{5\pi}{3}$; **В)** $\frac{\pi}{2}$; **Г)** $\frac{3\pi}{2}$; **Д)** $\frac{2\pi}{3}$.

25. Развертка поверхности октаэдра (см. рис.) состоит из 8 равносторонних треугольников. Чтобы получить магический октаэдр, замените буквы *A*, *B*, *C*, *D* и *E* на его гранях числами 2, 4, 6, 7 и 8 (без повторений) так, чтобы для любой вершины сумма чисел на всех четырех гранях, которым принадлежит данная вершина, была одна и та же. Чему равна сумма *B* + *D* в полученном магическом октаэдре?



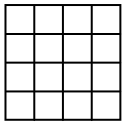
А) 6; **Б)** 7; **В)** 8; **Г)** 9; **Д)** 10.

26. 3-пирамида состоит из 10 одинаковых шаров расположенных в 3 слоя (см. рис.). Аналогично можно построить 4-пирамиду, 5-пирамиду и т. д. Все внешние шары в 8-пирамиде (т. е. те, которые касаются граней описанного вокруг этой пирамиды тетраэдра) окрашены в черный цвет, а все внутренние – в белый. Какую фигуру образуют все белые шары?



А) 3-пирамиду; **Б)** 4-пирамиду; **В)** 5-пирамиду; **Г)** 6-пирамиду; **Д)** 7-пирамиду .

27. Дан квадрат 4 × 4. Какое наибольшее число диагоналей можно провести в 16-ти клетках этого квадрата так, чтобы никакие две из проведенных диагоналей не имели общих точек (в том числе, общих концов)?

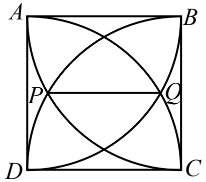


А) 8; **Б)** 9; **В)** 10; **Г)** 11; **Д)** 12.

28. Кенгуру Джампи всегда прыгает на 1 метр или на 3 метра. Джампи хочет преодолеть расстояние ровно в 10 метров, прыгая только вперед. Сколько всего существует различных способов это сделать? (Способы 1 + 3 + 3 + 3 и 3 + 3 + 3 + 1 считаются разными.)

А) 28; **Б)** 34; **В)** 35; **Г)** 55; **Д)** 56.

29. В квадрате *ABCD* со стороной 1 провели дуги окружностей радиуса 1 с центрами в вершинах квадрата. Найдите расстояние между указанными на рисунке точками *P* и *Q* пересечения этих дуг.



А) $2-\sqrt{2}$; **Б)** $3/4$; **В)** $\sqrt{5}-\sqrt{2}$; **Г)** $\sqrt{3}/3$; **Д)** $\sqrt{3}-1$.

30. Сколько существует 2008-значных чисел, у которых любое двузначное число, состоящее из соседних цифр данного 2008-значного числа, делится либо на 17, либо на 23?

А) 5; **Б)** 6; **В)** 7; **Г)** 9; **Д)** более 9.

Конкурс организован и проводится Общественным объединением «Белорусская ассоциация «Конкурс» совместно с Академией последипломного образования при поддержке Министерства образования Республики Беларусь.

220013, г. Минск, ул. Дорошевича, 3, РЗШ АПО
тел. (017) 292 80 31, 292 34 01; e-mail: info@bakonkurs.org
http://www.bakonkurs.org/

ОО «БА «Конкурс». Заказ 21. Тираж 24500 экз. Минск. 2008

Международный математический конкурс
«КЕНГУРУ-2008»

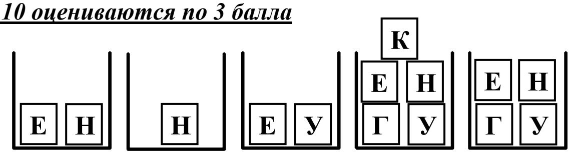
Четверг, 20 марта 2008 г.

- продолжительность непосредственной работы над заданием 1 час 15 минут;
- пользоваться калькулятором запрещается;
- в каждой задаче среди приведенных ответов только один правильный;
- по правилам конкурса на старте каждый участник получает 30 баллов;
- за правильный ответ на задачу к баллам участника прибавляются баллы, в которые оценена эта задача;
- за неправильный ответ на задачу из баллов участника вычитается четверть баллов, в которые эта задача оценена;
- за задачу, оставшуюся без ответа, баллы не прибавляются и не вычитаются;
- максимальное количество баллов, которые может получить участник конкурса, — 150;
- после окончания конкурса листок с заданием остается у участника;
- самостоятельная и честная работа над заданием — главное требование организаторов к участникам конкурса

Задание для учащихся 9-10 классов

Задачи с 1 по 10 оцениваются по 3 балла

1. В пяти коробках (см. рис.) находятся карточки с буквами К, Е, Н, Г и У. Петя хочет вынуть некоторые карточки из коробок так, чтобы в каждой коробке осталось по одной карточке, но чтобы в разных коробках остались карточки с разными буквами. Какая карточка должна остаться в 5-й коробке?



А) К; **Б)** Е; **В)** Н; **Г)** Г; **Д)** У.

2. Федя и Боря соревнуются в беге на 200 метров. Боря пробегает эту дистанцию за полминуты, а Федя – за сотую часть часа. Кто из них пробегает эту дистанцию быстрее и на сколько секунд?

А) Боря, на 36 секунд; **Б)** Федя, на 24 секунды; **В)** Боря, на 6 секунд; **Г)** Федя, на 6 секунд; **Д)** они пробегают дистанцию за одинаковое время.

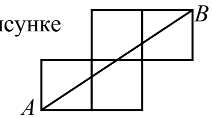
3. Перед Новым годом Вася написал на большом листе бумаги: . Затем он стал перед зеркалом, держа лист перед собой, не переворачивая его, и так, чтобы запись была видна в зеркале. Что он увидел в зеркале?

А) ; **Б)** ; **В)** ; **Г)** ; **Д)** .

4. Дано: $a=2-(-4)$, $b=(-2)(-3)$, $c=2-8$, $d=0-(-6)$ и $e=(-12):(-2)$. Сколько из этих пяти результатов не равны 6?

А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** 4.

5. Найдите длину отрезка *AB*, соединяющего вершины квадратов на рисунке справа, если известно, что сторона каждого квадрата равна 1.



А) 5; **Б)** $\sqrt{13}$; **В)** $\sqrt{5}+\sqrt{2}$; **Г)** $\sqrt{5}$; **Д)** другой ответ.

6. Какое наименьшее число букв в слове КЕНГУРУ нужно зачеркнуть так, чтобы оставшиеся буквы следовали в алфавитном порядке?

А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** 4.

7. В примере на сложение (см. рис.) цифры заменили буквами (одинаковые цифры – одинаковыми буквами, а разные – разными). Какую цифру заменили буквой К?

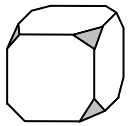
$$\begin{array}{r} \mathrm{O\,K} \\ +\ \mathrm{K\,O} \\ \hline \mathrm{W\,O\,W} \end{array}$$

А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 8; **Д)** 9.

8. Том и Джерри разрезают два одинаковых прямоугольника. Том получил два прямоугольника с периметрами по 40 см каждый, а Джерри – два прямоугольника с периметрами по 50 см каждый. Каковы были периметры исходных прямоугольников?

А) 40 см; **Б)** 50 см; **В)** 60 см; **Г)** 80 см; **Д)** 90 см.

9. У куба спилили все углы так, как показано на рисунке. Сколько ребер имеет полученное тело?



А) 26; **Б)** 30; **В)** 36; **Г)** 40; **Д)** другой ответ.

10. На первом проверочном тесте я получил только 20 баллов из 100 возможных, а остальные такие же проверочные тесты я выполнил полностью, получив по 100 баллов за каждый. Сколько проверочных тестов я выполнил полностью, если в среднем по всем тестам моя оценка оказалась равной 80 баллов?

А) 2; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** 6.

<u>Задачи с 11 по 20 оцениваются по 4 балла</u>

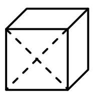
11. В коробке лежало 7 карточек, на которых были записаны числа от 1 до 7. Первый мудрец взял наугад 3 карточки, а второй – 2 карточки. Еще 2 карточки остались в коробке. Первый мудрец, посмотрев на числа, записанные на его карточках, сказал второму: «Я знаю, что сумма чисел на твоих карточках четная». Чему равна сумма чисел на карточках первого мудреца?

А) 10; **Б)** 12; **В)** 6; **Г)** 9; **Д)** 15.

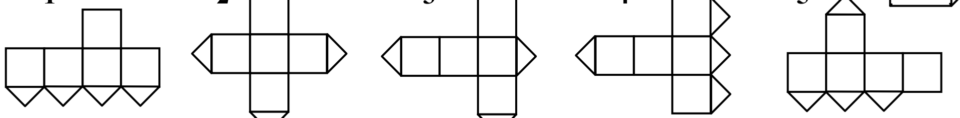
12. У Пети есть 10 карточек, на которых записаны числа 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 48, 53 и 68. Какое наименьшее число карточек Петя должен выбрать так, чтобы сумма чисел на выбранных им карточках равнялась 100?

А) 2; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** это невозможно сделать.

13. Одну из граней кубика разрезали по диагоналям (см. рис. справа). Какие из следующих разверток поверхности этого кубика нельзя получить?



1 2 3 4 5

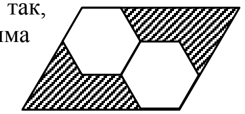


А) 1 и 3; **Б)** 1 и 5; **В)** 3 и 4; **Г)** 3 и 5; **Д)** 2 и 4.

14. Семь гномов рождались в один и тот же день каждый год в течение семи последовательных лет. Трем самым младшим из них вместе 42 года. Сколько вместе лет трем самым старшим из этих гномов?

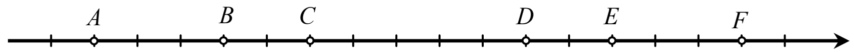
А) 51; **Б)** 54; **В)** 57; **Г)** 60; **Д)** 63.

15. В параллелограмм вписаны два равных правильных 6-угольника так, как показано на рисунке. Какая по площади часть параллелограмма заштрихована?



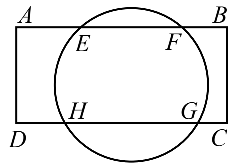
А) 1/2; **Б)** 1/3; **В)** 1/4; **Г)** 2/5; **Д)** 3/7.

16. На числовой оси отмечено шесть целых чисел A, B, C, D, E и F так, как показано на рисунке. Известно, что по крайней мере два из них делятся на 3 и по крайней мере два делятся на 5. Какие из этих чисел делятся на 15?



А) A и F; **Б)** B и D; **В)** C и E; **Г)** все 6 чисел; **Д)** только одно из них.

17. Прямоугольник $ABCD$ пересекает окружность в точках E, F, G и H (см. рис.). Если $AE = 4$ см, $EF = 5$ см, и $DH = 3$ см, то длина HG равна

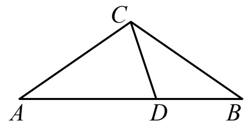


А) 6 см; **Б)** 7 см; **В)** $\frac{20}{3}$ см; **Г)** 8 см; **Д)** 9см.

18. Какое наибольшее количество цифр нужно стереть в 1000-значном числе 20082008…2008 так, чтобы сумма оставшихся цифр равнялась 2008?

А) 260; **Б)** 510; **В)** 520; **Г)** 746; **Д)** 749.

19. В равнобедренном треугольнике ABC ($CA = CB$) на стороне AB отмечена точка D так, что $AD = AC$ и $DB = DC$ (см. рис.). Найдите величину угла ACB.



А) 98°; **Б)** 100°; **В)** 104°; **Г)** 108°; **Д)** 110°.

20. Сколько существует пар (a; b) чисел a и b, таких, что сумма $a+b$, произведение $a \cdot b$ и частное a/b этих чисел равны?

А) ни одной; **Б)** 1 пара; **В)** 2 пары; **Г)** 4 пары; **Д)** 8 пар.

<u>Задачи с 21 по 30 оцениваются по 5 баллов</u>

21. Сколько существует 6-значных натуральных чисел, у которых каждая цифра, начиная с третьей, равна сумме двух предыдущих цифр?

А) ни одного; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 4; **Д)** 6.

22. 3 грани деревянного куба размерами 3 × 3 × 3 окрашены в красный цвет, а остальные 3 – в синий. Если распилить этот куб на 27 единичных кубиков, то сколько из них будут иметь хотя бы две окрашенные грани, среди которых одна грань красная, а другая – синяя?

А) 6; **Б)** 12; **В)** 14; **Г)** 16; **Д)** зависит от окраски данного куба.

23. По определению факториала натурального числа $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. Найдите n, если известно, что $n! = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$.

А) 13; **Б)** 14; **В)** 15; **Г)** 16; **Д)** 17.